

## Конспект урока для 10-11 классов

### Тема 1: Метод введения вспомогательного аргумента. Вывод формул.

#### Цели:

- формирование знаний нового метода решения заданий по тригонометрии, в которых возможно или необходимо его применение;
- формирование умений анализировать условие задачи, сравнивать и находить различия;
- развитие мышления, логичности и обоснованности высказываний, умения делать выводы и обобщать;
- развитие речи, обогащение и усложнение словарного запаса, овладение учащимися выразительными свойствами языка;
- формирование отношения к предмету, увлеченности знаниями, создание условий для творческого нестандартного подхода к овладению знаниями.

м  
ин).

1. Подготовка к изучению нового материала (12 мин).
2. Ознакомление с новым материалом (15 мин).
3. Первичное осмысление и применение изученного (10 мин).
4. Постановка домашнего задания (3 мин).
5. Подведение итогов урока (3 мин).

*Ход урока.*

#### 1. Постановка цели урока.

Проверить готовность учащихся и оборудования к уроку. Желательно заблаговременно подготовить домашнее задание на доске для обсуждения решения. Отметить, что цель урока расширить знания о методах решения некоторых заданий по тригонометрии и попробовать свои силы в их освоении.

#### 2. Подготовка к изучению нового материала.

Обсудить домашнее задание: вспомнить основные тригонометрические формулы, значения тригонометрических

#### Необходимые знания, умения и навыки:

- уметь выводить тригонометрические формулы и использовать их в дальнейшей работе;
- уметь решать или иметь представление о способах решения тригонометрических заданий;
- знать основные тригонометрические формулы.

*Уровень подготовленности учащихся для осознанного восприятия:* материал рекомендуется учащимся 10-х классов, знакомым с необходимым теоретическим материалом и владеющим необходимыми практическими навыками, уровень восприятия выше среднего или высокий.

*Оборудование:* АРМ, презентация с условиями заданий, решениями и необходимыми формулами, карточки с заданиями и ответами.

#### Структура урока:

1. Постановка цели урока (2

функций для простейших аргументов. Повторить формулировку домашней задачи.

#### Формулы:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2};$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha ;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha ;$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta ;$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta ;$$

**Задача:** Представьте выражение  $\sin x + \cos x$  в виде произведения.

Учащиеся, скорее всего, предложат следующее решение:

$$\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2 \sin \frac{x + \frac{\pi}{2} - x}{2} \cos \frac{x - \frac{\pi}{2} + x}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

, т.к. им известны формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.

Предложим другое решение поставленной задачи:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) = \sqrt{2} \left( \sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x \right)$$

. Здесь при решении использована формула косинуса разности двух аргументов, где  $\frac{\pi}{4}$  является вспомогательным. Заметим, что в

каждом из этих способов можно было использовать и другие аналогичные формулы.

### 3. Ознакомление с новым материалом.

Возникает вопрос, откуда же взялся вспомогательный аргумент?

Чтобы получить на него ответ рассмотрим общее решение задачи, преобразуем в произведение выражение  $a \sin x + b \cos x$ , где  $a$  и  $b$  произвольные, отличные от нуля числа.

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x \right)$$

введем дополнительный угол (вспомогательный аргумент)  $\varphi$ , где

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \varphi, \quad \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \varphi, \quad \text{тогда наше выражение}$$

примет вид:

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} (\sin \varphi \sin x + \cos \varphi \cos x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \varphi)$$

Таким образом, мы получили формулу:

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \varphi).$$

Если угол ввести по формулам  $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \varphi,$

$\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \varphi$ , то выражение примет вид

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \varphi \sin x + \sin \varphi \cos x) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi)$$

и мы получим другой вид формулы:

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi).$$

Мы вывели формулы дополнительного угла, которые называют формулами вспомогательного аргумента:

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi)$$

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \varphi).$$

Формулы могут иметь и другой вид (необходимо обратить на это особое внимание и показать на примерах).

Отметить, что в простейших случаях метод введения вспомогательного аргумента сводится к замене чисел  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ; 1;  $\sqrt{3}$  тригонометрическими функциями соответствующих углов.

#### 4. Первичное осмысление и применение изученного.

Для закрепления материала предлагается рассмотреть еще несколько примеров задач:

Представьте в виде произведения выражения:

1.  $\sin x - \cos x$

2.  $\sqrt{3} \cos x + \sin x$

3.  $\cos x - \sqrt{3} \sin x$ ;

4.  $3 \sin x + 4 \cos x$ ;

5.  $5 \sin x - 12 \cos x$ .

Задания 3 и 4 целесообразно разобрать в классе (разбор заданий присутствует в материалах для занятий). Задания 1, 2 и 5 можно взять для самостоятельного решения (даны ответы).

Для анализа особенностей условия типичных заданий, в которых может быть использован рассматриваемый метод решения, можно использовать различные способы. Заметим, что задание 1. можно выполнить различными способами, а для выполнения заданий 2 – 5 удобнее применить метод введения вспомогательного угла

В ходе фронтальной беседы следует обсудить, в чем сходство этих заданий с рассмотренным примером в начале урока, в чем различия, можно ли применить для их решения предложенный способ и почему его применение более удобно.

Сходство: во всех предложенных примерах возможно применить метод введения вспомогательного аргумента и это более удобный метод, приводящий сразу к результату.

Различие: в первом примере возможно применение другого подхода, а во всех остальных возможен метод применения вспомогательного аргумента с использованием не одной, а нескольких формул.

После обсуждения заданий можно предложить ребятам решить оставшиеся самостоятельно дома.

#### 5. Постановка домашнего задания.

Дома предлагается внимательно изучить конспект урока и попробовать решить следующие упражнения.

Представьте в виде произведения выражения (используйте различные способы, где это возможно и различные формулы, если используется метод введения вспомогательного аргумента):

1.  $\sin x - \cos x$

2.  $\sqrt{3} \cos x + \sin x$

5.  $5 \sin x - 12 \cos x$ .

При необходимости следует указать ответы к заданиям (см. презентацию или карточку), а при проверке домашнего задания на следующем уроке можно воспользоваться готовым решением, предложенным учащимися и записанными на доске (или презентацией).

#### 6. Подведение итогов урока.

При подведении итогов урока необходимо еще раз обозначить цель занятия: ознакомление с новым методом решения тригонометрических задач. Обозначить мысль о рациональности рассмотренного метода, позволяющего избежать громоздких преобразований. И, конечно, оценить работу ребят при подготовке и ответе домашнего задания, а так же работе на уроке во время фронтальной беседы.

*Карточка:*

**Задание для разбора:**

Представьте выражение  $\sin x + \cos x$  в виде произведения.

**Задания для закрепления материала:**

Представьте в виде произведения выражения:

1.  $\sin x - \cos x$

2.  $\sqrt{3} \cos x + \sin x$

3.  $\cos x - \sqrt{3} \sin x$ ;

4.  $3 \sin x + 4 \cos x$ ;

5.  $5 \sin x - 12 \cos x$ .

**Ответы:**

1.  $\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ;      2.  $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ;      5.  $13 \sin(x - \varphi)$ , где

$$\varphi = \arccos \frac{5}{13}$$