Муниципальный конкурс профессионального мастерства педагогических работников учреждений общего, дополнительного и дошкольного образования
«Методическая разработка - 2016»

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Миасская средняя общеобразовательная школа №16»

Методическая разработка
цикла занятий для учащихся 10-11 классов по математике:
Использование метода введения вспомогательного аргумента в тождественных преобразованиях тригонометрических выражений

Автор: Заманова Ольга Григорьевна
учитель математики
МАОУ «МСОШ №16»

Миасский городской округ, 2016 г

Оглавление

Пояснительная записка

«…нет ни одной области в математике, которая когда-либо не окажется применимой к явлениям действительного мира…» Н.И. Лобачевский

Известно, что школьники испытывают немалые трудности, изучая тригонометрию. Есть несколько причин возникновения этих трудностей, назовем основные из них. Во-первых, большое количество формул, которые необходимо знать и помнить. Во–вторых, отсутствие стандартных приемов тождественных преобразований тригонометрических выражений. В–третьих, формирование навыков тождественных преобразований тригонометрических выражений требует специальной тренировки, которая осуществляется в процессе решения достаточно большого числа упражнений.

Основной целью данного курса является формирование у учащихся представления о практической значимости решения заданий по тригонометрии, используя различные методы и подходы для мотивированного изучения математики и подготовки к ЕГЭ, развитие нестандартного мышления.

В данном цикле занятий предлагается выполнение тригонометрических задач с использованием метода введения вспомогательного аргумента. Эти задания выходят за пределы объема обязательных знаний и умений, но вместе с тем они тесно примыкают к основным вопросам программного материала. Важно отметить, что некоторые задачи не могут быть решены без вспомогательного угла.

Курс направлен на совершенствование и развитие математических знаний, умений и навыков в преобразовании тригонометрических выражений, решении тригонометрических уравнений и неравенств, исследовании тригонометрических функций, привитие рациональных навыков умственного труда, способствует формированию интереса к предмету. Проведенные занятия помогут учащимся расширить математические знания и дадут возможность более осознанно подойти к выполнению второй части ЕГЭ.

Поэтому в первую очередь данный цикл занятий рекомендуется для ребят интересующихся математикой, чтобы расширить их математический кругозор и пополнить копилку математических знаний и приемов для подготовки их к ЕГЭ, олимпиадам и конкурсам, для исследовательской деятельности.

Если нет возможности посвятить изучению данной темы полностью несколько уроков, то данный материал можно использовать на факультативах или курсах подготовки к ЕГЭ. Изложение материала, приведенные примеры и присутствие ответов позволяет изучить темы цикла сильными учащимися самостоятельно.

Необходимые знания умения и навыки для восприятия и усвоения материала

Для успешного понимания и усвоения материала необходимы следующие знания, умения и навыки: тригонометрические формулы, таблица значений тригонометрических функций, понятие обратных тригонометрических функций, решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств. Поэтому материал рекомендуется для изучения учащимися 10-11 классов. При рассмотрении материалов курса в 10 классе их можно использовать на уроках алгебры при изучении способов решения тригонометрических уравнений и неравенств, показывая многообразие методов или в 10-11 классах на факультативах при подготовке к ЕГЭ, олимпиадам и т.п.

Требования к уровню освоения материала

Основными результатами освоения содержания курса, может быть определенный набор знаний и умений выполнять тригонометрические задания, используя метод введения вспомогательного аргумента. В разработке присутствует достаточное количество различных заданий по всем темам цикла, приводятся примеры, а для самопроверки даются ответы к не разобранным заданиям. Административной проверки усвоения материала не предполагается, соответствующие задачи не будут включены в контрольные работы. В технологии проведения занятий присутствует этап проверки, в виде самостоятельной работы (индивидуально или в группах).

Учебно-тематический план

№ п/п	тема	количество часов
1.	Метод введения вспомогательного аргумента. Вывод формул.	1
2.	Преобразование тригонометрических выражений.	1
3.	Решение уравнений и неравенств.	2
4.	Исследование тригонометрических функций.	1
5.	Обобщение материала. Самостоятельная работа.	1
	Итого:	6

Содержание обучения

Тема 1. *Метод введения вспомогательного аргумента. Вывод формул.*

Постановка задачи. Вывод формул, позволяющих использовать рассматриваемый метод. Анализ особенностей условия типичных задач, в которых возможно применение этих формул и метода решения.

Тема 2. *Преобразование тригонометрических выражений.*

Примеры преобразования тригонометрических выражений. Обоснование нерациональности других методов. Анализ особенностей условия типичных заданий, в которых может быть использован рассматриваемый метода решения.

Тема 3. *Решение уравнений и неравенств.*

Примеры решения тригонометрических уравнений и неравенств. Обоснование нерациональности других методов решения подобных уравнений и неравенств. Анализ особенностей условия типичных заданий, в которых может быть использован рассматриваемый метод решения. Разбор более сложных задач.

Тема 4. *Исследование тригонометрических функций.*

Примеры функций, в исследовании которых применим метод введения вспомогательного аргумента. Анализ особенностей условия типичных заданий, в которых может быть использован рассматриваемый метод. Разбор более сложных задач, встречающихся ранее на ЕГЭ.

Тема 5. *Обобщение материала. Самостоятельная работа.*

Самостоятельное решение задач по указанной тематике. Обобщение метода решения. Фронтальная проверка усвоения материала.

Материалы для занятий

Тема 1. ***Метод введения вспомогательного аргумента. Вывод формул.***

Изучение материала предполагается начать с постановки проблемной задачи, требующей нестандартного подхода при решении. Эту задачу можно предложить в качестве домашнего задания для обдумывания. А на уроке в процессе беседы обсудить все возможные подходы и попытки решения.

Задача: Представьте выражение $\sin x + \cos x$ в виде произведения.

Учащиеся, скорее всего, предложат следующее решение:

$$\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2\sin\frac{x + \frac{\pi}{2} - x}{2}\cos\frac{x - \frac{\pi}{2} + x}{2} = 2\sin\frac{\pi}{4}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

, т.к. им известны формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.

Предложим другое решение поставленной задачи:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x\right) = \sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{4}\sin x + \cos\frac{\pi}{4}\cos x\right) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Здесь при решении использована формула косинуса разности двух аргументов, где $\frac{\pi}{4}$ является вспомогательным. Заметим, что в каждом из этих способов можно было использовать и другие аналогичные формулы.

Возникает вопрос, откуда же взялся вспомогательный аргумент?

Чтобы получить на него ответ рассмотрим общее решение задачи, преобразуем в произведение выражение $a\sin x + b\cos x$, где a и b произвольные, отличные от нуля числа.

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\cos x\right)$$

введем дополнительный угол (вспомогательный аргумент) φ, где $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin\varphi$, $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos\varphi$, тогда наше выражение примет вид:

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}(\sin\varphi\sin x + \cos\varphi\cos x) = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(x - \varphi).$$

Таким образом, мы получили формулу: $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(x - \varphi)$**.**

Если угол ввести по формулам $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos\varphi$, $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin\varphi$, то выражение примет вид $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}(\cos\varphi\sin x + \sin\varphi\cos x) = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(x + \varphi)$ и мы получим другой вид формулы: $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(x + \varphi)$**.**

Мы вывели формулы дополнительного угла, которые называют формулами вспомогательного аргумента: $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(x + \varphi)$

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi).$$

Формулы могут иметь и другой вид.

В простейших случаях метод введения вспомогательного аргумента сводится к замене чисел $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 1; $\sqrt{3}$ тригонометрическими функциями соответствующих углов.

Практическое задание: представьте в виде произведения выражения:

1. $\sin x - \cos x$

2. $\sqrt{3}\cos x + \sin x$

3. $\cos x - \sqrt{3}\sin x$;

4. $3\sin x + 4\cos x$;

5. $5\sin x - 12\cos x$.

Задания 3 и 4 целесообразно разобрать в классе. Задания 1, 2 и 5 можно взять для самостоятельного решения. Для анализа особенностей условия типичных заданий, в которых может быть использован рассматриваемый метод решения, можно использовать различные способы. Заметим, что задание 1. можно выполнить различными способами, а для выполнения заданий 2 – 5 удобнее применить метод введения вспомогательного угла.

3. Заметим, что $a=1$, $b=-\sqrt{3}$, тогда $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{3+1} = 2$. Применим метод введения вспомогательного аргумента, получим

$$\cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\left(\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right) = 2\left(\sin\frac{\pi}{6}\cos x - \cos\frac{\pi}{6}\sin x\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$$

4. Заметим, что $a=3$, $b=4$, тогда $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{9+16} = 5$. Применим метод введения вспомогательного аргумента, получим

$$3\sin x + 4\cos x = 5\left(\frac{3}{5}\sin x + \frac{4}{5}\cos x\right) = 5(\cos\varphi\sin x + \sin\varphi\cos x) = 5\sin(x+\varphi),$$

где $\cos\varphi = \frac{3}{5}$, $\sin\varphi = \frac{4}{5}$. Тогда $\varphi = \arccos\frac{3}{5}$ или $\varphi = \arcsin\frac{4}{5}$.

Угол φ действительно существует, т.к. $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$.

Ответы: **1.** $\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$; **2.** $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; **5.** $13\sin(x-\varphi)$, где $\varphi = \arccos\frac{5}{13}$

Тема 2. ***Преобразование тригонометрических выражений.***

Вспомним основные тригонометрические формулы для преобразования выражений, которые понадобятся нам для изучения данной темы:

$\cos\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$; $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$; $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$; $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$;

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$; $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$;

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$; $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$;

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$; $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$.

Задача 1. Найдите значение выражения $\dfrac{4\sin 5^\circ \cdot \cos 5^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin 55^\circ - \cos 55^\circ\right)}$.

1 способ

$$\frac{4\sin 5^\circ \cdot \cos 5^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin 55^\circ - \cos 55^\circ\right)} = \frac{2\sin 10^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin 55^\circ - \sin 35^\circ\right)} = \frac{2\sin 10^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 2\sin\frac{55^\circ - 35^\circ}{2}\cos\frac{55^\circ + 35^\circ}{2}} =$$

$$= \frac{2\sin 10^\circ}{\sqrt{2}\sin 10^\circ \cos 45^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{1} = 2$$

2 способ (введение вспомогательного угла)

$$\frac{4\sin 5^\circ \cdot \cos 5^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin 55^\circ - \cos 55^\circ\right)} = \frac{2\sin 10^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 55^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 55^\circ} = \frac{2\sin 10^\circ}{\cos 45^\circ \sin 55^\circ - \sin 45^\circ \cos 55^\circ} =$$

$$= \frac{2\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} = 2.$$

Задача 2. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{2}\sin 60^\circ}{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ}$.

1 способ

$$\frac{\sqrt{2}\sin 60^\circ}{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ} = \frac{\sqrt{2}\sin 60^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ} = \frac{\sqrt{2}\sin 60^\circ}{2\cos\frac{75^\circ + 15^\circ}{2}\cos\frac{75^\circ - 15^\circ}{2}} = \frac{\sqrt{2}\sin 60^\circ}{2\cos 45^\circ \cos 30^\circ} =$$

$$=\frac{\sqrt{2}\cdot 2\sin 30^\circ \cos 30^\circ}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 30^\circ}=2\sin 30^\circ=1$$

2 способ (введение вспомогательного угла)

$$\frac{\sqrt{2}\sin 60^\circ}{\cos 75^\circ+\sin 75^\circ}=\frac{\sqrt{2}\sin 60^\circ}{\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 75^\circ+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 75^\circ\right)}=\frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ\cos 75^\circ+\cos 45^\circ\sin 75^\circ}=$$

$$=\frac{\sin 60^\circ}{\sin 120^\circ}=\frac{\sin 60^\circ}{2\sin 60^\circ\cos 60^\circ}=\frac{1}{2\cdot\frac{1}{2}}=1$$

Задача 3. Докажите равенство $\frac{1}{\sin 10^\circ}-\frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}=4$

Решение:

Приведем левую часть равенства к общему знаменателю

$$\frac{\cos 10^\circ-\sqrt{3}\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ\cos 10^\circ}=\frac{2\left(\frac{1}{2}\cos 10^\circ-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^\circ\right)}{\frac{1}{2}\sin 20^\circ}=\frac{4\left(\sin 30^\circ\cos 10^\circ-\cos 30^\circ\sin 10^\circ\right)}{\sin 20^\circ}=$$

$$=\frac{4\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}=4.$$

Заметим, что здесь возможен только метод введения вспомогательного аргумента.

Учащиеся могут предложить другие подходы к решению задач.

Практическое задание: Найдите значение выражения

а) $\frac{\sqrt{3}\sin 22^\circ+\cos 22^\circ}{8\sin 26\cos 26^\circ}$; б) $\frac{\cos^2 35^\circ-\sin^2 35^\circ}{\sqrt{2}\left(\sin 25^\circ-\cos 25^\circ\right)}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2\cos 50^\circ}+\frac{1}{2\sin 50^\circ}$.

Ответы: а) 0,5; б) -0,5; в) 2.

Тема 3. *Решение уравнений и неравенств.*

Для решения однородного уравнения $\sin x+\cos x=0$ достаточно обе части уравнения разделить на $\cos x$ и мы сразу получаем простейшее тригонометрическое уравнение $tgx=-1$, решение которого очевидно. Если же решать уравнение $\sin x+\cos x=1$, то предыдущий способ не применим, тогда можно воспользоваться формулами двойного аргумента и получить следующее решение:

$\sin x + \cos x = 1$

$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} - 1 = 0$

$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - 2\sin^2\frac{x}{2} = 0$

$2\sin\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right) = 0$

$\sin\frac{x}{2} = 0$ или $\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} = 0$

$\frac{x}{2} = \pi n, n \in z$ $\qquad tg\frac{x}{2} = 1$

$x = 2\pi n, n \in z$ $\qquad \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in z$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,.n \in z$

Ответ: $2\pi n$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$

Воспользуемся для решения этого уравнения методом введения вспомогательного аргумента, тогда получим:

$\sin x + \cos x = 1$ $\quad a = 1$, $b = 1$, тогда $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right) = 1$

$\cos\frac{\pi}{4}\sin x + \sin\frac{\pi}{4}\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in z$; $\quad x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in z$

$x = 2\pi n, n \in z$; $\qquad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$

Ответ: $2\pi n$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in z$

Заметим, что использование метода вспомогательного аргумента не требует применения других тригонометрических формул, простейшее тригонометрическое уравнение получается сразу и решается проще.

Этим методом можно пользоваться и при решении тригонометрических неравенств. Решим неравенство $\sin x - \cos x \le 1$,

$a = 1$, $b = -1$, тогда $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right) \le 1$

$$\cos\frac{\pi}{4}\sin x-\sin\frac{\pi}{4}\cos x\le\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{5\pi}{4}+2\pi n\le x-\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in z$$

$$-\pi+2\pi n\le x\le\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in z$$

Ответ: $\left[-\pi+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n\right]$, $n\in z$

Практическое задание:

1. Решите уравнение:

а) $\sin x-\sqrt{3}\cos x=2$

б) $\cos 2x=\sqrt{3}\sin 2x-1$

в) $3\sin x+4\cos x=5$

2. Решите неравенство:

а) $\sqrt{3}\sin x+\cos x>\sqrt{3}$

б) $\sqrt{2}\sin\left(\pi-\frac{x}{3}\right)-\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{x}{3}\right)\le 1$

Ответы:

1. а) $\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in z$; б) $\frac{\pi}{6}+\pi n$, $\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in z$; в) $\arcsin\frac{3}{5}+2\pi n, n\in z$.

2. а) $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n\right)$, $n\in z$; б) $\left[-\frac{11\pi}{4}+6\pi n;\frac{5\pi}{4}+6\pi n\right]$, $n\in z$

Нами было рассмотрено решение более простых задач, теперь можно перейти к задачам посерьезней. Однако все они так или иначе потребуют от нас применения метода вспомогательного аргумента.

Разбор более сложных задач.

Пример 1. $\sqrt{3}\sin 2x+2\sin^2 x-1=2\cos x$

Воспользуемся формулой понижения степени $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$

$$\sqrt{3}\sin 2x+2\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}-1=2\cos x$$

$\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\cos x$,

в левой части $a=\sqrt{3}$, $b=-1$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3+1}=2$

$$2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)=2\cos x$$

$$\sin\frac{\pi}{3}\sin 2x-\cos\frac{\pi}{3}\cos 2x=\cos x$$

$$-\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos x$$

$$\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos x=0$$

воспользуемся формулой $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$$2\cos\left(\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=0$$

$\cos\left(\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=0$ или $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=0$

$\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in z$ $\quad$ $\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in z$

$\frac{3x}{2}=\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in z$ $\quad$ $\frac{x}{2}=\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in z$

$x=\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3}, n\in z$ $\quad$ $x=\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in z$

Ответ: $\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3}$, $\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in z$

На самом деле это уравнение решается и другими способами, однако именно метод введения вспомогательного аргумента является самым оптимальным.

Пример 2. $\sin 3x+4\sin^3 x+4\cos x=5$

Преобразуем первое слагаемое

$$\sin 3x=\sin(2x+x)=\sin 2x\cos x+\sin x\cos 2x$$

и второе слагаемое

$$4\sin^3 x=4\sin^2 x\sin x=4\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}\cdot\sin x=2(1-\cos 2x)\sin x=$$

$$=2\sin x-2\cos 2x\sin x$$

Подставим все это в наше уравнение

$$\sin 2x\cos x+\sin x\cos 2x+2\sin x-2\sin x\cos 2x+4\cos x=5$$

$$\sin 2x\cos x-\sin x\cos 2x+2\sin x+4\cos x=5$$

$$\sin(2x-x)+2\sin x+4\cos x=5$$

$3\sin x+4\cos x=5$ воспользуемся методом введения вспомогательного угла

$a=3$, $b=4$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{9+16}=5$

$$5\left(\frac{3}{5}\sin x+\frac{4}{5}\cos x\right)=5$$

$\cos\varphi\sin x+\sin\varphi\cos x=1$, где $\cos\varphi=\dfrac{3}{5}$, $\sin\varphi=\dfrac{4}{5}$

$\sin(x+\varphi)=1$

$x+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n, n\in z$

$x=\dfrac{\pi}{2}-\varphi+2\pi n, n\in z$

$x=\dfrac{\pi}{2}-\arccos\dfrac{3}{5}+2\pi n, n\in z$ (или $x=\dfrac{\pi}{2}-\arcsin\dfrac{4}{5}+2\pi n, n\in z$)

т.к. $\arcsin\alpha+\arccos\alpha=\dfrac{\pi}{2}$, то

$x=\arcsin\dfrac{3}{5}+2\pi n, n\in z$ (или $x=\arccos\dfrac{4}{5}+2\pi n, n\in z$)

Ответ: $\arcsin\dfrac{3}{5}+2\pi n, n\in z$, (или $\arccos\dfrac{4}{5}+2\pi n, n\in z$)

Пример 3. $5+2\sin 2x-5\cos x=5\sin x$

Преобразуем наше уравнение

$3+2+4\sin x\cos x-5\cos x-5\sin x=0$

$3+2(1+2\sin x\cos x)-5(\cos x+\sin x)=0$, т.к. $1=\sin^2 x+\cos^2 x$, то

$3+2(\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x)-5(\cos x+\sin x)=0$

$3+2(\sin x+\cos x)^2-5(\cos x+\sin x)=0$ произведем замену $\sin x+\cos x=t$

$3+2t^2-5t=0$, решив квадратное уравнение, получим $t=1$ или $t=\dfrac{3}{2}$, тогда

$\sin x+\cos x=1$ или $\sin x+\cos x=\dfrac{3}{2}$

Применим к каждому уравнению метод введения вспомогательного аргумента

$a=1$, $b=1$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)=1$ или $\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)=\dfrac{3}{2}$

$\cos\dfrac{\pi}{4}\sin x+\sin\dfrac{\pi}{4}\cos x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ $\cos\dfrac{\pi}{4}\sin x+\sin\dfrac{\pi}{4}\cos x=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$ уравнение корней

$x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{4}+2\pi n, n\in z$ $\qquad$ не имеет, т.к. $\dfrac{3}{2\sqrt{2}}>1$

$x=2\pi n, n\in z$

$$x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in z$$

$$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in z$$

Ответ: $2\pi n,\ \frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in z$.

Тема 4. ***Исследование тригонометрических функций.***

Решение некоторых задач тригонометрии опирается на нахождение множества значений. Рассмотрим некоторые из них.

1. Найдите множество значений функции: $y=\sin x-\cos x$

Выполним преобразование функции, используя метод введения вспомогательного аргумента.

$a=1$, $b=-1$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$$y=\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x-\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\sin x-\sin\frac{\pi}{4}\cos x\right)=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

Имеем: $-1\le\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le 1$, тогда $-\sqrt{2}\le\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}$, значит, множество значений данной функции есть отрезок $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

2. Какое наибольшее значение принимает выражение $\sqrt{2}\sin x+\sqrt{2}\cos x$?

Преобразуем выражение, используя метод введения вспомогательного аргумента.

$a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{2}$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2+2}=2$

$$\sqrt{2}\sin x+\sqrt{2}\cos x=2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{4}\sin x+\sin\frac{\pi}{4}\cos x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

Имеем: $-1\le\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le 1$, тогда $-2\le 2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le 2$, значит, множество значений данного выражения есть отрезок $[-2;2]$, а наибольшее значение выражения равно 2.

3. Чему равна разность между наибольшим и наименьшим значениями выражения $1{,}2(\sin x-\cos x)^4$?

Выполним преобразование выражения, заключенного в скобки.

$a=1$, $b=-1$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$$1{,}2\cdot(\sqrt{2})^4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x-\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)^4=4{,}8\left(\cos\frac{\pi}{4}\sin x-\sin\frac{\pi}{4}\cos x\right)^4=4{,}8\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

Имеем: $-1\le\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le 1$, тогда $0\le\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le 1$, $0\le 4{,}8\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le 4{,}8$, значит, множество значений данного выражения есть отрезок $[0;4{,}8]$. Наибольшее значение выражения равно 4,8, наименьшее равно 0, разность между наибольшим и наименьшим значениями равна 4,8 – 0 = 4,8.

4. Докажите неравенство: $|\sin x+\cos x|\le\sqrt{2}$.

Применим метод введения вспомогательного аргумента к выражению, стоящему под знаком модуля $a=1$, $b=1$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$$\left|\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)\right|=\left|\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\sin x+\sin\frac{\pi}{4}\cos x\right)\right|=\left|\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$-1\le\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le 1,\quad -\sqrt{2}\le\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2},\quad 0\le\left|\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right|\le\sqrt{2}$$

Значит $|\sin x+\cos x|\le\sqrt{2}$.

Множество значений функции $y=\sin x+\cos x$ есть отрезок $[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$. Этот факт можно использовать при решении уравнений. Например, уравнение $\sin x+\cos x=1{,}5$ не имеет корней, поскольку $1{,}5>\sqrt{2}$.

5*. Найдите множество значений функции

$$y=\frac{4}{\pi}\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\sin x\cos x\right)\right)$$

$$y=\frac{4}{\pi}\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\right)$$

$$y=\frac{4}{\pi}\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos 2x+\cos\frac{\pi}{3}\sin 2x\right)\right)$$

$$y=\frac{4}{\pi}\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)\right)$$

Имеем: $-1\le\sin\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)\le 1$, тогда $-\frac{1}{\sqrt{2}}\le\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)\le\frac{1}{\sqrt{2}}$,

$$-\frac{\pi}{4}\le\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)\right)\le\frac{\pi}{4},\quad -1\le\frac{4}{\pi}\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)\right)\le 1,$$

значит, множество значений данной функции есть отрезок $[-1;1]$.

6^***.** Найдите наибольшее значение функции $y=\frac{9}{\pi}\arccos\left(\frac{3\sqrt{2}+\sin x-\cos x}{4\sqrt{2}}\right)$.

Применим метод введения вспомогательного аргумента к выражению $\sin x-\cos x$: $a=1$, $b=-1$, тогда $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$$y=\frac{9}{\pi}\arccos\left(\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x-\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)}{4\sqrt{2}}\right)$$

$$y=\frac{9}{\pi}\arccos\left(\frac{\sqrt{2}\left(3+\cos\frac{\pi}{4}\sin x-\sin\frac{\pi}{4}\cos x\right)}{4\sqrt{2}}\right)$$

$$y=\frac{9}{\pi}\arccos\left(\frac{3+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{4}\right)$$

Имеем: $-1\le\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le 1$, $2\le 3+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le 4$, $\frac{1}{2}\le\frac{3+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{4}\le 1$,

$$0\le\arccos\left(\frac{3+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{4}\right)\le\frac{\pi}{3},\quad 0\le\frac{9}{\pi}\arccos\left(\frac{3+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{4}\right)\le 3.$$

Значит, множество значений данной функции есть отрезок $[0;3]$, а наибольшее значение функции равно 3.

Практическое задание:

Найдите множество значений функции

а) $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$; б) $y=12\sin x+5\cos x$;

в*) $y=\frac{8}{\pi}arctg\left(0{,}25\left(\sqrt{3}\sin x-\cos x+2\right)\right)$

Ответы: а) $[-2;2]$; **б)** $[-13;13]$; **в)** $[0;3]$.

Тема 5. ***Обобщение материала. Самостоятельная работа.***

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $2\sqrt{2}\left(\cos 15^\circ - \sin 15^\circ\right)$.

2. Решите уравнение: $\sqrt{2}\sin x + \sqrt{2}\cos x = 2$.

3. Решите неравенство: $\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x > \sqrt{3}$.

4. Определите наибольшее значение выражения: $\sqrt{3}\cos\alpha - \sin\alpha$.

5*. Найдите множество значений функции: $y = \dfrac{15}{\pi}\, arctg\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}\sin x + \cos x - 1\right)\right)$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ\right)}{2\sin 25^\circ \cdot \cos 25^\circ}$.

2. Решите уравнение: $\cos x + \sin x = \sqrt{2}$.

3. Решите неравенство: $\sqrt{3}\sin\dfrac{x}{2} - \cos\dfrac{x}{2} > 1$.

4. Определите наименьшее значение выражения: $\sqrt{2}\cos\alpha - \sqrt{2}\sin\alpha$.

5*. Найдите множество значений функции: $y = \dfrac{12}{\pi}\arcsin\left(\dfrac{3}{4\sqrt{2}}\left(\sin x + \cos x\right) - \dfrac{1}{4}\right)$.

Ответы:

Вариант 1:

1. 2; **2.** $\dfrac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in z$; **3.** $\left(\dfrac{\pi}{3} + \pi n; \dfrac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in z$; **4.** 2; **5.** $\left[-5; 2{,}5\right]$.

Вариант 2:

1. 1; **2.** $\dfrac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in z$; **3.** $\left(\dfrac{2\pi}{3} + 4\pi n; 2\pi + 4\pi n\right), n \in z$; **4.** -2; **5.** $\left[-6; 2\right]$.

Продуктивность применения

В результате использования данной методической разработки у учащихся закрепляется знание основных формул тригонометрии, повышается качество знаний, появляются навыки в овладении новым практическим методом, развивается интерес к предмету, увеличивается шанс приступить к решению заданий второй части ЕГЭ.

Имеется возможность использования методической разработки в практике работы других учителей.

Список литературы

1. Бородуля И.Т. Тригонометрические уравнения и неравенства. Москва, «Просвещение», 1989 г.
2. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра: учебное пособие для учащихся 7-11 кл./ Е.В. Галкин.- Челябинск: «Взгляд», 2004.
3. Кузнецова Л.В. и др. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. – М.: «Дрофа», 2002 г.
4. Сканави М.И. Сборник задач для поступающих в ВУЗы. - М.: «Высшая школа», 2003 г.
5. Соболь Б.В., Виноградова И.Ю. и др. Пособие для подготовки к единому государственному экзамену и централизованному тестированию по математике. Ростов-на-Дону, «Феникс», 2004 г.
6. Сборник тестов по математике, Астана 2003 – 2005 г.г.

Приложение.

Конспект урока

Тема 1: ***Метод введения вспомогательного аргумента. Вывод формул.***

Цели:

- формирование знаний нового метода решения заданий по тригонометрии, в которых возможно или необходимо его применение;
- формирование умений анализировать условие задачи, сравнивать и находить различия;
- развитие мышления, логичности и обоснованности высказываний, умения делать выводы и обобщать;
- развитие речи, обогащение и усложнение словарного запаса, овладение учащимися выразительными свойствами языка;
- формирование отношения к предмету, увлеченности знаниями, создание условий для творческого нестандартного подхода к овладению знаниями.

Необходимые знания, умения и навыки:

- уметь выводить тригонометрические формулы и использовать их в дальнейшей работе;
- уметь решать или иметь представление о способах решения тригонометрических заданий;
- знать основные тригонометрические формулы.

Уровень подготовленности учащихся для осознанного восприятия : материал рекомендуется учащимся 10-х классов, знакомым с необходимым теоретическим материалом и владеющим необходимыми практическими навыками, уровень восприятия выше среднего или высокий.

Оборудование: АРМ, презентация с условиями заданий, решениями и необходимыми формулами, карточки с заданиями и ответами.

Структура урока:

1. Постановка цели урока (2 мин).
1. Подготовка к изучению нового материала(12 мин).
2. Ознакомление с новым материалом (15 мин).
3. Первичное осмысление и применение изученного (10 мин).
4. Постановка домашнего задания (3 мин).
5. Подведение итогов урока (3 мин).

Ход урока.

1. Постановка цели урока.

Проверить готовность учащихся и оборудования к уроку. Желательно заблаговременно подготовить домашнее задание на доске для обсуждения решения. Отметить, что цель урока расширить знания о методах решения некоторых заданий по тригонометрии и попробовать свои силы в их освоении.

2. Подготовка к изучению нового материала.

Обсудить домашнее задание: вспомнить основные тригонометрические формулы, значения тригонометрических функций для простейших аргументов. Повторить формулировку домашней задачи.

Формулы:

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$; $\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$;

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$; $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$; $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$;

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$; $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$;

Задача: Представьте выражение $\sin x+\cos x$ в виде произведения.

Учащиеся, скорее всего, предложат следующее решение:

$$\sin x+\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=2\sin\frac{x+\frac{\pi}{2}-x}{2}\cos\frac{x-\frac{\pi}{2}+x}{2}=2\sin\frac{\pi}{4}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

, т.к. им известны формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.

Предложим другое решение поставленной задачи:

$$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x\right)=\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{4}\sin x+\cos\frac{\pi}{4}\cos x\right)=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).$$

Здесь при решении использована формула косинуса разности двух аргументов, где $\frac{\pi}{4}$ является вспомогательным. Заметим, что в каждом из этих способов можно было использовать и другие аналогичные формулы.

3. Ознакомление с новым материалом.

Возникает вопрос, откуда же взялся вспомогательный аргумент? Чтобы получить на него ответ рассмотрим общее решение задачи, преобразуем в произведение выражение $a\sin x+b\cos x$, где a и b произвольные, отличные от нуля числа.

$$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right)$$

введем дополнительный угол (вспомогательный аргумент) φ, где $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sin\varphi$, $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\cos\varphi$, тогда наше выражение примет вид:

$$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}(\sin\varphi\sin x+\cos\varphi\cos x)=\sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi).$$

Таким образом, мы получили формулу: $a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi)$.

Если угол ввести по формулам $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\cos\varphi$, $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sin\varphi$, то выражение примет вид $a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}(\cos\varphi\sin x+\sin\varphi\cos x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$ и мы получим другой вид формулы: $a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$**.**

Мы вывели формулы дополнительного угла, которые называют формулами вспомогательного аргумента: $a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$

$$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi).$$

Формулы могут иметь и другой вид (необходимо обратить на это особое внимание и показать на примерах).

Отметить, что в простейших случаях метод введения вспомогательного аргумента сводится к замене чисел $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 1; $\sqrt{3}$ тригонометрическими функциями соответствующих углов.

4. Первичное осмысление и применение изученного.

Для закрепления материала предлагается рассмотреть еще несколько примеров задач:

Представьте в виде произведения выражения:

1. $\sin x-\cos x$

2. $\sqrt{3}\cos x+\sin x$

3. $\cos x-\sqrt{3}\sin x$;

4. $3\sin x+4\cos x$;

5. $5\sin x-12\cos x$.

Задания 3 и 4 целесообразно разобрать в классе (разбор заданий присутствует в материалах для занятий). Задания 1, 2 и 5 можно взять для самостоятельного решения (даны ответы).

Для анализа особенностей условия типичных заданий, в которых может быть использован рассматриваемый метод решения, можно использовать различные способы. Заметим, что задание 1. можно выполнить различными способами, а для выполнения заданий 2 – 5 удобнее применить метод введения вспомогательного угла

В ходе фронтальной беседы следует обсудить, в чем сходство этих заданий с рассмотренным примером в начале урока, в чем различия, можно ли применить для их решения предложенный способ и почему его применение более удобно.

Сходство: во всех предложенных примерах возможно применить метод введения вспомогательного аргумента и это более удобный метод, приводящий сразу к результату.

Различие: в первом примере возможно применение другого подхода, а во всех остальных возможен метод применения вспомогательного аргумента с использованием не одной, а нескольких формул.

После обсуждения заданий можно предложить ребятам решить оставшиеся самостоятельно дома.

5. Постановка домашнего задания.

Дома предлагается внимательно изучить конспект урока и попробовать решить следующие упражнения.

Представьте в виде произведения выражения (используйте различные способы, где это возможно и различные формулы, если используется метод введения вспомогательного аргумента):

1. $\sin x - \cos x$

2. $\sqrt{3}\cos x + \sin x$

5. $5\sin x - 12\cos x$.

При необходимости следует указать ответы к заданиям (см. презентацию или карточку), а при проверке домашнего задания на следующем уроке можно воспользоваться готовым решением, предложенным учащимися и записанными на доске (или презентацией).

6. Подведение итогов урока.

При подведении итогов урока необходимо еще раз обозначить цель занятия: ознакомление с новым методом решения тригонометрических задач. Обозначить мысль о рациональности рассмотренного метода, позволяющего избежать громоздких преобразований. И, конечно, оценить работу ребят при подготовке и ответе домашнего задания, а так же работе на уроке во время фронтальной беседы.

Карточка:

Задание для разбора:

Представьте выражение $\sin x + \cos x$ в виде произведения.

Задания для закрепления материала:

Представьте в виде произведения выражения:

1. $\sin x - \cos x$

2. $\sqrt{3}\cos x + \sin x$

3. $\cos x - \sqrt{3}\sin x$;

4. $3\sin x + 4\cos x$;

5. $5\sin x - 12\cos x$.

Ответы:

1. $\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$; **2.** $2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; **5.** $13\sin(x - \varphi)$, где $\varphi = \arccos\frac{5}{13}$